Övning 3.17 - Att bestämma en linje.

February 1, 2019

Vi vill bestämma en linje l i rummet som passerar punkten $P : (1, 2, 5)$. Vi får veta att linjen är parallell till planet $\pi : x = 0$ och att den skär linjen $l_1 : (x, y, z) = (2, 3, 1) + t(3, 2, 2)$.

Först noterar vi att linjen l har konstant $x-$koordinat. Om det inte vore så och x skulle variera, kommer den att anta värdet 0 någon gång och passera genom planet. Det går inte eftersom linjen och planet är parallella, dvs de korsar inte varandra. Då kan vi med punkten P skriva det vi vet om linjen på parameterform:

$$l : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + at \\ z = 5 + bt \end{cases}$$

Vi antar nu att $a \neq 0$ och döper om parametern t till $t_1 = at$ och därmed blir $bt = ct_1$ (om det inte skulle fungera måste vi sätta $a = 0$ och börja om härifrån, men det kommer inte att behövas). Det är ju så att $l \parallel \pi$, men för att ha full kunskap om linjen behöver vi bestämma c. Eftersom l skär l_1, har de en gemensam punkt. Då kan vi skriva ekvationen

$$\begin{aligned} 1 &= 2 + 3s \\ 2 + t_1 &= 3 + 2s \\ 5 + ct_1 &= 1 + 2s \end{aligned}$$

Ur första ekvationen får vi $s = -\frac{1}{3}$, ur andra ekvationen får vi $t_1 = 3 - 2 + 2\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$ och sista ekvationen ger $c = 3\left(1 + 2\left(-\frac{1}{3}\right) - 5\right) = -14$. Linjens ekvation i parameterform är

$$l : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + r \\ z = 5 - 14r \end{cases}, \quad r \in \mathbb{R}$$