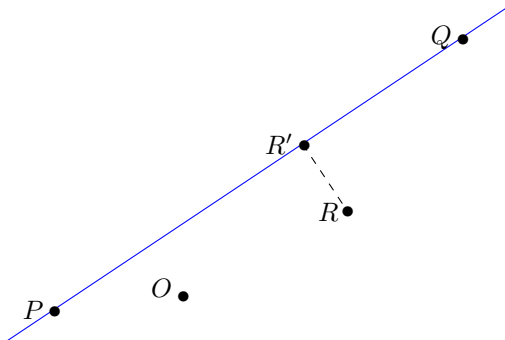


# Övning 4.36 - Byggteknik

February 1, 2019



Inom byggteknik använder man en gammal metod att bestämma placering och avstånd i planet som går ut på att välja en referenslinje och ange viktiga punkter relativt till linjen, med orthogonalprojektion. Dvs att man anger läget för en punkt  $R$  med hjälp av avståndet från en punkt  $P$  på linjen till en referens  $R'$  samt avståndet  $R'R$  vinkelrät till linjen.

Om  $P : (0, 1)$ ,  $Q : (2, 3)$ ,  $|PR'| = \frac{\sqrt{80}}{5}$  och  $|R'R| = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , bestäm alla möjliga lägen för punkten  $R$ , givet att  $R'$  ligger mellan  $P$  och  $Q$  på linjen.

Vi kan betrakta alla punkter som vektorer relativt till  $O$  i en standard ortonormerad bas. Låt  $R$  ha koordinater  $(a, b)$ . Linjen genom  $P, Q$  har riktningen  $OQ - OP = (2, 3) - (0, 1) = (2, 2)$ . Riktningen  $(1, 1)$  duger lika bra. Därmed kan linjen uttryckas i parameterform som

$$l : \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \end{cases} .$$

Vi splittrar vektorn  $PR = (a, b - 1)$  med orthogonalprojektion, dvs att  $PR = PR' + R'R$  där

$$PR' = \frac{(PR) \cdot (1, 1)}{(1, 1) \cdot (1, 1)}(1, 1) = \frac{(a + b - 1)}{2}(1, 1)$$

$$R'R = PR - PR' = (a, b - 1) - \frac{(a + b - 1)}{2}(1, 1) = \frac{(b - 1 - a)}{2}(-1, 1).$$

Konstatera att vektorerna  $PR'$  och  $R'R$  är ortogonala, dvs att  $PR' \cdot R'R = 0$ . Vi bestämmer  $a, b$  genom att använda de angivna längderna, dvs:

$$|PR'| = \frac{\sqrt{80}}{5\sqrt{2}}(1, 1) = \frac{a + b - 1}{2}(1, 1)$$

$$|R'R| = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{|b - 1 - a|}{\sqrt{2}}$$

Det är inte något vanligt linjärt ekvationsystem eftersom vi har absolutbelopp, men vi löser första ekvationen för  $b$ , vilket ger:  $b = 1 - a + \frac{4}{5}\sqrt{10}$  och ur den andra ekvationen fås att

$$\frac{\sqrt{10}}{5} = \left| \frac{4}{5}\sqrt{10} - 2a \right|$$

eller  $\left( \frac{4}{5}\sqrt{10} - 2a \right) = \pm \frac{\sqrt{10}}{5}$ , dvs  $a = \frac{3}{10}\sqrt{10}$  eller  $a = \frac{1}{2}\sqrt{10}$ . Tillsammans med  $b = 1 - a + \frac{4}{5}\sqrt{10}$  får man

svaren  $OR = (a, b) = \left( \frac{1}{2}\sqrt{10}, 1 + \frac{3}{10}\sqrt{10} \right)$  eller  $\left( \frac{3}{10}\sqrt{10}, 1 + \frac{1}{2}\sqrt{10} \right)$ .