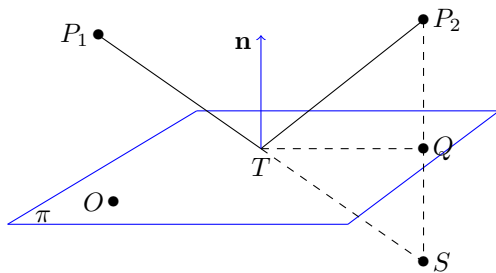


Övning 4.40 - Ljusreflexion

February 7, 2019



Inom byggt teknik använder man en gammal metod att bestämma placering och avstånd i planet som går ut på att välja en referenslinje och ange viktiga punkter relativt till linjen, med orthogonalprojektion. Dvs att man anger läget för en punkt R med hjälp av avståndet från en punkt P på linjen till en referens R' samt avståndet $R'R$ vinkelrät till linjen.

Om $P : (0, 1)$, $Q : (2, 3)$, $|PR'| = \frac{\sqrt{80}}{5}$ och $|R'R| = \frac{\sqrt{5}}{5}$, bestäm alla möjliga lägen för punkten R , givet att R' ligger mellan P och Q på linjen.

Vi kan betrakta alla punkter som vektorer relativt till O i en standard ortonormerad bas. Låt R ha koordinater (a, b) . Linjen genom P, Q har riktningen $OQ - OP = (2, 3) - (0, 1) = (2, 2)$. Riktningen $(1, 1)$ duger lika bra. Därmed kan linjen uttryckas i parameterform som

$$l : \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \end{cases} .$$

Vi splittrar vektorn $PR = (a, b - 1)$ med orthogonalprojektion, dvs att $PR = PR' + R'R$ där

$$PR' = \frac{(PR) \cdot (1, 1)}{(1, 1) \cdot (1, 1)}(1, 1) = \frac{(a + b - 1)}{2}(1, 1)$$

$$R'R = PR - PR' = (a, b - 1) - \frac{(a + b - 1)}{2}(1, 1) = \frac{(b - 1 - a)}{2}(-1, 1).$$

Konstatera att vektorerna PR' och $R'R$ är ortogonala, dvs att $PR' \cdot R'R = 0$. Vi bestämmer a, b genom att använda de angivna längderna, dvs:

$$|PR'| = \frac{\sqrt{80}}{5\sqrt{2}}(1, 1) = \frac{a + b - 1}{2}(1, 1)$$

$$|R'R| = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{|b - 1 - a|}{\sqrt{2}}$$

Det är inte något vanligt linjärt ekvationsystem eftersom vi har absolutbelopp, men vi löser första ekvationen för b , vilket ger: $b = 1 - a + \frac{4}{5}\sqrt{10}$ och ur den andra ekvationen fås att

$$\frac{\sqrt{10}}{5} = \left| \frac{4}{5}\sqrt{10} - 2a \right|$$

eller $\left(\frac{4}{5}\sqrt{10} - 2a \right) = \pm \frac{\sqrt{10}}{5}$, dvs $a = \frac{3}{10}\sqrt{10}$ eller $a = \frac{1}{2}\sqrt{10}$. Tillsammans med $b = 1 - a + \frac{4}{5}\sqrt{10}$ får man

svaren $OR = (a, b) = \left(\frac{1}{2}\sqrt{10}, 1 + \frac{3}{10}\sqrt{10} \right)$ eller $\left(\frac{3}{10}\sqrt{10}, 1 + \frac{1}{2}\sqrt{10} \right)$.