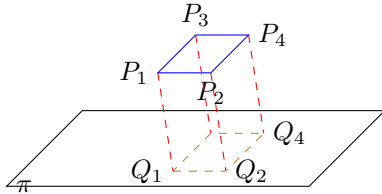


Övning 4.43 - Skugga av en kvadrat.

February 11, 2019



Solen skiner längs riktningen $v = (-2, 4, 1)$ på en kvadratisk platta med hörn $P_1 : (1, 1, 1)$, $P_2 : (3, -2, 7)$, $P_3 : (4, 7, 3)$. Bestäm plattans fjärde hörn samt plattans skugga på planet- xy , dvs $\pi : \{z = 0\}$.

För varje hörn betraktar vi Ortsvektorn från origo till punkten P_1 (respektive P_2, P_3). För att bestämma den fjärde punkten noterar vi att $P_1P_2 = (2, -3, 6)$ samt att $P_1P_3 = (3, 6, 2)$. Dessa två vektorer har samma längd ($= 7$) och dessutom är skalärprodukten $P_1P_2 \cdot P_1P_3 = 0$. Detta innebär att P_1P_2 samt P_1P_3 motsvarar plattans sidor från hörnet P_1 . Hörnet P_4 kan beräknas genom $OP_4 = OP_3 + P_3P_4 = OP_3 + P_1P_2 = (4, 7, 3) + (2, -3, 6) = (6, 4, 9)$.

Vad gäller skuggan måste man betrakta linjen genom varje hörn i plattan med solens riktning. Skuggan ligger i skärning mellan linjen och planet π .

Vi har:

Från P_1 : $l_1 : (1, 1, 1) + t(-2, 4, 1)$ skär planet $\pi : \{z = 0\}$ för $t = -1$ med skärningspunkt $Q_1 : (3, -3, 0)$.

Från P_2 : $l_2 : (3, -2, 7) + t(-2, 4, 1)$ skär planet $\pi : \{z = 0\}$ för $t = -7$ med skärningspunkt $Q_2 : (17, -30, 0)$.

Från P_3 : $l_3 : (4, 7, 3) + t(-2, 4, 1)$ skär planet $\pi : \{z = 0\}$ för $t = -3$ med skärningspunkt $Q_3 : (10, -5, 0)$.

Från P_4 : $l_4 : (6, 4, 9) + t(-2, 4, 1)$ skär planet $\pi : \{z = 0\}$ för $t = -9$ med skärningspunkt $Q_4 : (24, -32, 0)$.