# Övning 7.37 - Rang

February 14, 2019

Vad menas med rang av en matris? Bestäm för alla reella tal $a$ rangen till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -a & -2 & a \\ 2 & 0 & a & a \\ 3 & a & -a & a \end{pmatrix}.$$

**Lösn:** a. För en matris $A$ är $rang(A) = \#$linjärt oberoende kolonner.
**Lösn:** b. Man bestämmer rang genom gausselimination, det är lika med antalet pivåelement.

$$\begin{bmatrix} 1 & -a & -2 & a \\ 2 & 0 & a & a \\ 3 & a & -a & a \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & -a & -2 & a \\ 0 & 2a & 4+a & -a \\ 0 & 4a & 6-a & -2a \end{bmatrix}.$$

**Fall 1:** $a \neq 0$. Då kan vi fortsätta gausseliminationen som:

$$\begin{bmatrix} 1 & -a & -2 & a \\ 0 & 2a & 4+a & -a \\ 0 & 4a & 6-a & -2a \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & -a & -2 & a \\ 0 & 2a & 4+a & -a \\ 0 & 0 & -2-3a & 0 \end{bmatrix}.$$

Om $-2-3a = 0$ har vi exakt 2 pivåelement och matrisen har rang 2. Annars har matrisen 3 pivåelement och rang 3.
**Fall 2:** För $a = 0$ fortsätter gausseliminationen som:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Matrisen har återigen rang 2.
Svar: För $a = 0$ eller $a = -\frac{2}{3}$ har matrisen rang 2. För övriga $a$ har den rang 3.