Kommentarer om matrismultiplikation

I kap. 4 och 6 har vi lärt oss att om vi har en ortonormerad bas, så kan man skriva vektorer genom att lista komponenterna i den basen. Ofta låter man bli att skriva basen och koordinatsystemet och det är underförstått att de finns och används. Vi skriver i så fall exempelvis $u = (x_1, x_2, x_3)$ och $v = (y_1, y_2, y_3)$. Skalärprodukten blir $u \cdot v = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$, dvs ett reellt tal.

I kap. 7 har vi noterat att matrisprodukt kan betraktas som en process som bygger på skalärprodukt. Hur menade vi?

Generellt går matrismultiplikationen AB ut på att ta en rad i matrisen A och en kolonn i matrisen B och multiplicera ihop dem. Resultaten blir då ett tal som placeras på motsvarande rad och kolonn i matrisen AB. Hur är receptet för matrismultiplikation?

Dessa $1 \times n$ radmatriser och $n \times 1$ kolonnmatriser kan betraktas som abstrakta vektorer precis som i Kap. 6. Matrismultiplikation går ut på att beräkna skalärprodukt mellan raden (radvektorn) i A och kolonnen (kolonvektorn) i B (i den följden).

I matriser finns det lite mer struktur än bara att lägga upp de som en bunt radvektorer eller kolonnvektorer: Matrismultiplikation är inte kommutativ. Det korrekta sättet att göra skalärprodukt mellan 2 vektorer som om de vore matriser är att ta den första vektorn (till vänster) som en radmatris och den andra (till höger) som en kolonnmatris. Endast på det sättet blir resultaten ett tal, som är exakt den tilltänkta skalärprodukten.

v.g. vänd!

Exempel. Matriserna

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

har matrisprodukten

$$AB = \begin{pmatrix} -9 & -10 \\ 13 & 14 \end{pmatrix} \tag{2}$$

som byggs upp på följande sätt elementvis:

$$\begin{aligned} AB_{11} &= \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} = -9 \\ AB_{12} &= \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} = -10 \\ AB_{21} &= \begin{pmatrix} -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} = 13 \\ AB_{22} &= \begin{pmatrix} -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} = 14. \end{aligned}$$